

Wrażliwość, szacowanie

Jerzy Mycielski

WNE, UW, 2025

- Wrażliwość jest zdefiniowana jako prawdopodobieństwo, że sukcesów przewidziany jest równocześnie sukcesem zaobserwowanym.
- Wrażliwość jest miarą skuteczności modelu w populacji o pewnym rozkładzie cech.
- Definiujemy dopasowne prawdopodobieństwo $\hat{p}^* = F(\mathbf{x}\hat{\beta})$.
- Pamiętajmy przy tym, że $\mathbf{x}$ jest losowe: rozkład $\mathbf{x}$ jest rozkładem zmiennych objaśniających w populacji
- Prognozujemy sukces jeśli $\hat{p} > p^*$, gdzie p^* jest pewnym prawdopodobieństwem progowym.

- Wrażliwość jest więc równa

$$\begin{aligned}Pr(\hat{p} > p^* | y = 1) &= Pr\left(F\left(\mathbf{x}\hat{\beta}\right) > p^* \middle| y = 1\right) \\&= \frac{Pr\left(F\left(\mathbf{x}\hat{\beta}\right) > p^* \wedge y = 1\right)}{Pr(y = 1)} \\&= \frac{E\left(Pr\left(F\left(\mathbf{x}\hat{\beta}\right) > p^* \wedge y = 1 \middle| \mathbf{x}\right)\right)}{Pr(y = 1)}\end{aligned}$$

- Przy czym skorzystaliśmy z definicji prawdopodobieństwa warunkowego i prawa iterowanych wartości oczekiwanych.
- Zakładając, że spełnione są założenia prawa wielkich liczb

$$\frac{N^{-1} \sum_{i=1}^n \left(\mathbb{I}\left(F\left(\mathbf{x}_i \hat{\beta}\right) > p^* \wedge y_i = 1\right) \right)}{N^{-1} \sum_{i=1}^n y_i} \xrightarrow{p} Pr(\hat{p}^* > p^* | y = 1)$$

- Wrażliwość można więc oszacować na bazie udziału sukcesów przewidzianych w ogóle sukcesów zaobserwowanych.
- Podobnie specyficzność można oszacować jako udział porażek przewidzianych w ogóle porażek zaobserwowanych